

Список заданий по дисциплине «ТФКП»

Теоретические вопросы

1. Комплексные числа. Свойства, операции над ними.
2. Комплексные числа. Геометрическая интерпретация.
3. Комплексные числа. Модуль, аргумент, тригонометрическая и показательная формы.
4. Функции комплексного переменного. (Элементарные функции комплексного переменного.)
5. Функции комплексного переменного (степенная, показательная, тригонометрические функции).
6. Функции комплексного переменного (Линейная функция.)
7. Функции комплексного переменного (Дробно-линейная функция.)
8. Дифференцирование функций комплексного переменного. Условия Коши - Римана.
9. Аналитическая функция.
10. Конформные отображения.
11. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
12. Аналитические функции. Связь с гармоническими. (Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части.)
13. Интегрирование по комплексной переменной. Свойства интеграла.
14. Теорема Коши для односвязной области.
15. Теорема Коши для многосвязной области.
16. Интегральная формула Коши.
17. Производные высших порядков для аналитической функции.
18. Теоремы о среднем.
19. Ряды Тейлора.
20. Интеграл типа Коши.
21. Ряды Лорана.
22. Особые точки и их классификация.
23. Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Вычисление вычетов. Вычет в бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов.
24. Логарифмические вычеты. Принцип аргумента.
25. Вычисление интегралов с помощью вычетов

Задачи

1. Представить выражение $\sqrt{a + bi}$ в алгебраической форме.

2. Где лежат точки, для которых: а) $\operatorname{Re} z^2 = a$, б) $|z^2 - 1| = a > 0$, в) $\left| \frac{z-1}{z+1} \right| \leq 1$, г) $\left| \frac{z-z_1}{z-z_2} \right| = 1$?

3. Определить радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$

Если: $c_n = \frac{1}{n^n}$; $c_n = e^{\ln n}$; $c_n = \frac{n!}{n^n}$; $c_n = n^n$.

4. Вычислить интегралы Френеля $\int_0^{\infty} \cos x^2 dx$ и $\int_0^{\infty} \sin x^2 dx$

зная, что

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

5. Представить в показательной форме комплексное число $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

6. Найти образ единичной окружности $|z| = 1$ при отображении дробно-линейной функции $w = \frac{i-z}{i+z}$.

7. Выразить $\sin 3\alpha$, $\cos 3\alpha$ через $\sin \alpha$, $\cos \alpha$.

8. Вывести условия Коши – Римана в полярных координатах.

9. Разложить функцию $f(z) = \frac{2z-5}{z^2-5z+6}$ в ряд Тейлора с центром в точке $z_0 = 0$.

10. Вычислить интеграл $J = \oint_{|z-1|=1} \frac{dz}{1+z^4}$.

11. Найти вычеты функции $\operatorname{ctg} z$ во всех особых точках.