

Список заданий по дисциплине «Математический анализ»

Раздел 1

1. Понятие множества. Операции над множествами.
2. Отображение множеств.
3. Счетные множества, их свойства.
4. Мощность множества. Теорема Кантора.
5. Множество действительных чисел.
6. Основные леммы, связанные с принципом полноты (непрерывности) множества действительных чисел.
7. Предел последовательности.
8. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
9. Критерий Коши сходимости последовательности.
10. Монотонные последовательности. Число e .
11. Предел функции.
12. Односторонние пределы. Первый и второй замечательные пределы.
13. Критерий Коши существования предела функции.
14. Символы O и o .
15. Определение непрерывной функции (в точке, на множестве). Непрерывность сложной функции.
16. Теоремы Вейерштрасса.
17. Точки разрыва функции.
18. Непрерывность обратной функции.
19. Равномерная непрерывность.
20. Производная функции в точке. Механическая и геометрическая интерпретация. Правила дифференцирования. Производная обратной функции.
21. Производная сложной функции и функции, заданной параметрически.
22. Дифференциал функции.
23. Производные высших порядков.
24. Теоремы Ферма, Ролля, Коши и Лагранжа.
25. Формула Тейлора. Формулы Коши и Лагранжа остаточного члена n -ого порядка.
26. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Многочлен Тейлора как многочлен наилучшего приближения функции.
27. Экстремумы функции.

28. Признак монотонности функции.
29. Выпуклость и точки перегиба. Асимптоты.
30. Правила Лопиталья.
31. Неопределенный интеграл, его свойства.
32. Замена переменной в интеграле. Метод интегрирования по частям.
33. Интегрирование рациональных функций.
34. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
35. Интегрирование дифференциальных биномов.
36. Подстановки Эйлера.
37. Интегрирование некоторых тригонометрических функций.

Раздел 2

1. Интеграл Римана. Классы интегрируемых функций.
2. Суммы Дарбу. Критерий Дарбу.
3. Критерий Лебега.
4. Свойства интеграла Римана.
5. Оценки интеграла Римана. Теоремы о среднем.
6. Формула Ньютона-Лейбница.
7. Замена переменной в определенном интеграле. Метод интегрирования по частям.
8. Вычисление длины кривой, площади криволинейной трапеции и объема тела вращения.
9. Кривые в евклидовом пространстве.
10. Несобственные интегралы. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов, признак сравнения.
11. Признаки Абеля и Дирихле сходимости несобственных интегралов.
12. Метрические пространства.
13. Открытые и замкнутые в R^n множества и их свойства.
14. Компакты в R^n и их свойства.
15. Последовательности в R^n , критерий Коши сходимости последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
16. Предел функции многих переменных. Непрерывные функции в R^n и их свойства.
17. Частные производные, дифференцируемые функции. Достаточное условие дифференцируемости. Дифференцирование сложной функции.
18. Производная по направлению вектора. Градиент.

19. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала.
20. Частные производные высших порядков.
21. Дифференциалы высших порядков.
22. Формула Тейлора функции n переменных.
23. Точки локального экстремума функции n переменных. Необходимые условия экстремума.
24. Достаточные условия строгого экстремума.
25. Основные теоремы о неявных функциях. Система неявных функций. Якобиан.
26. Дифференцируемые отображения.
27. Условный экстремум функций n переменных.
28. Числовые ряды. Необходимое условие сходимости ряда. Критерий Коши. Свойства сходящихся рядов.
29. Ряды с неотрицательными членами, признак сравнения, предельный признак сравнения.
30. Признаки Даламбера и Коши.
31. Интегральный признак Коши сходимости ряда.
32. Признаки Раабе и Гаусса.
33. Абсолютная и условная сходимость ряда. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.
34. Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле.
35. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса, признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости функциональных рядов.
36. Свойства равномерно сходящихся рядов.
37. Степенной ряд.
38. Ряд Тейлора. Разложение функции в ряд Тейлора.

Раздел 3

1. Интеграл Римана на n -мерном промежутке.
2. Множества лебеговой меры нуль. Теорема о графике непрерывной функции. Нижняя и верхняя суммы Дарбу.
4. Критерии Дарбу и Лебега интегрируемости функций на n -мерном промежутке.
5. Допустимые множества и интегралы на них. Измеримые по Жордану множества.
6. Свойства кратного интеграла Римана.
7. Сведение двойного интеграла к повторному. Теорема Фубини для прямоугольника.

8. Теоремы Фубини для областей, элементарных относительно осей Ox и Oy .
9. Замена переменных в интеграле Римана.
10. Кратные несобственные интегралы.
11. Абсолютно сходящиеся несобственные интегралы.
12. Криволинейные интегралы 1 рода.
13. Свойства криволинейных интегралов 1 рода.
14. Геометрическая интерпретация криволинейных интегралов 1 рода.
15. Криволинейные интегралы 2 рода.
16. Свойства криволинейных интегралов 2 рода.
17. Физическое приложение криволинейных интегралов 2 рода.
18. Формула Грина.
19. Потенциальные поля. Независимость криволинейного интеграла 2 рода от кривой интегрирования.
20. Поверхности в евклидовом пространстве.
21. Площадь поверхности.
22. Поверхностные интегралы 1 и 2 рода.
23. Формула Стокса.
24. Формула Остроградского-Гаусса.
25. Скалярные поля.
26. Векторные поля.
27. Потенциальные поля.
28. Соленоидальные и гармонические поля.
29. Теорема Гельмгольца. Основная задача векторного анализа.
30. Ортогональная система функций. Ряды Фурье.
31. Свойства ряда Фурье. Неравенство Бесселя.
32. Сходимости в среднем. Полнота ортогональной системы функций.
33. Тригонометрические ряды Фурье. Теорема Римана.
34. Интеграл Дирихле, ядро Дирихле.
35. Теорема Дирихле.
36. Теорема Римана (принцип локализации).
37. n -ая частичная сумма Фейера, ядро Фейера.
38. Теорема Вейерштрасса.

Задачи

1. Найти предел $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$.
 2. Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$.
 3. Найти производную функции $y = (\sin x)^{\cos x}$.
 4. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2\sin^2 x + \sin x - 1}{2\sin^2 x - 3\sin x + 1}$.
 5. Заведующий кафедрой _____ число, подпись
 6. Найти дифференциал второго порядка от функции $u = xy + yz + zx$, где x, y, z – независимые переменные.
 7. Исследовать сходимость ряда
8. $\frac{1000}{1!} + \frac{1000^2}{2!} + \frac{1000^3}{3!} + \dots + \frac{1000^n}{n!} + \dots$
9. Заведующий кафедрой _____ число, подпись
 10. Применяя формулу Грина, вычислить криволинейный интеграл $\oint_C xy^2 dy - x^2y dx$, где C – окружность $x^2 + y^2 = a^2$.
 11. Найти модуль и направление градиента поля $u = x^2 + 2y^2 + 3z^2 + xy + 3x - 2y - 6z$ в точке $O(0,0,0)$.